

Θέματα Καγκουρό 2020

Επίπεδο 4

για μαθητές της Γ' τάξης Γυμνασίου και Α' τάξης Λυκείου

Ερωτήσεις 3 πόντων:

1) Ο αφηρημένος κύριος Καθηγητής αγόρασε ένα καινούργιο πουκάμισο. Το σχέδιο στο πουκάμισο έχει 7 πλήρη κλειστά δακτυλίδια, όπως στην αριστερή εικόνα. Σήμερα κούμπωσε ένα κουμπί στην λάθος κουμπότρυπα, όπως στην δεξιά εικόνα. Πόσα πλήρη κλειστά δακτυλίδια υπάρχουν τώρα στο πουκάμισο του κυρίου Καθηγητή;



- A) 0 B) 1 Γ) 2 Δ) 3 Ε) 4

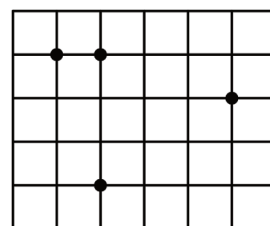
2) Ένας οδηγός θέλει να κάνει ένα ταξίδι 470 χιλιομέτρων με το αυτοκίνητό του. Το ντεπόζιτο του αυτοκινήτου χωράει βενζίνη για 400 km, αλλά αυτή την στιγμή έχει αρκετή για 85 km. Θέλει να σταματήσει **μόνο μία φορά** στην διαδρομή του για να προμηθευτεί βενζίνη. Τα βενζινάδικα στην διαδρομή του απέχουν 60 km, 65 km, 90 km και 95 km από το σημείο που βρίσκεται τώρα. Πόσο απέχει το βενζινάδικο στο οποίο θα συμβουλευάτε τον οδηγό να σταματήσει ή ποια άλλη συμβουλή θα του δίνετε;

- A) 60 km B) 65 km Γ) 90 km Δ) 95 km
Ε) δεν μπορεί να διεκπεραιώσει το ταξίδι με μόνο μία στάση σε βενζινάδικο

3) Ένας μαθητής θέλει να βρει εκατό διαδοχικούς **ακεραίους** με άθροισμα 5000. Ποιος είναι ο μικρότερος από αυτούς τους ακεραίους;

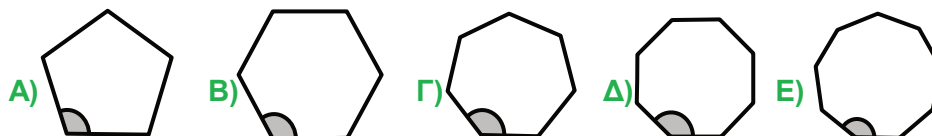
- A) -2 B) -1 Γ) 0 Δ) 1
Ε) δεν υπάρχουν τέτοιοι διαδοχικοί ακέραιοι όπως τους ψάχνει ο μαθητής

4) Ένας κήπος είναι χωρισμένος σε τετράγωνα με πλευρά 1 m, όπως στην εικόνα. Στον κήπο έχουν επιλεγεί 4 σημεία. Με κάθε τρία από τα σημεία φτιάχνουμε ένα τρίγωνο. Πόσο είναι το μικρότερο από τα εμβαδά που έχουν αυτά τα τρίγωνα;

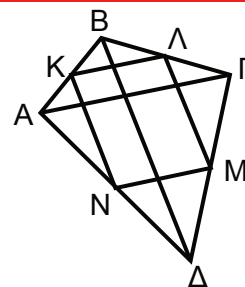


- A) $\frac{1}{2}m^2$ B) $1m^2$ Γ) $\frac{3}{2}m^2$ Δ) $2m^2$ Ε) $\frac{5}{2}m^2$

5) Σε ποιο από τα παρακάτω κανονικά πολύγωνα η σημειωμένη γωνία **δεν** είναι ακέραιος αριθμός όταν μετρηθεί σε μοίρες;

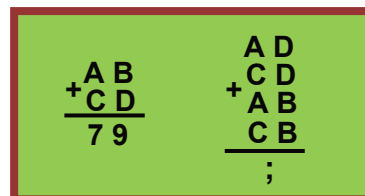


6) Στο τετράπλευρο ΑΒΓΔ το άθροισμα των μηκών των δύο διαγωνίων του είναι 20 cm. Τα Κ, Λ, Μ, Ν είναι τα μέσα των πλευρών του. Πόση είναι η περίμετρος του ΚΛΜΝ;



- A) 10 cm B) 15 cm Γ) 20 cm Δ) $10\sqrt{2}$ cm E) 40 cm

7) Ο πίνακας δείχνει μία πρόσθεση στην οποία οι αριθμοί έχουν αντικατασταθεί με γράμματα. Οι δύο αριθμοί αριστερά έχουν άθροισμα 79. Πόσο είναι το άθροισμα των τεσσάρων αριθμών δεξιά;



- A) 79 B) 158 Γ) 168 Δ) 237 E) 316

8) Η Ελένη θέλει κατά τις διακοπές να επισκεφθεί για 18 διαδοχικές μέρες την γιαγιά της. Η γιαγιά της διαβάζει ιστορίες με παραμύθια μόνο τις «ημέρες παραμυθιού» που είναι κάθε Τρίτη, Σάββατο και Κυριακή. Αν η Ελένη θέλει να μείνει όσες γίνεται περισσότερες «μέρες παραμυθιού» με την γιαγιά της, τι μέρα πρέπει να αρχίσει την επίσκεψή της;

- A) Δευτέρα B) Τρίτη Γ) Παρασκευή Δ) Σάββατο E) Κυριακή

9) Η Δασκάλα της χειροτεχνίας έχει 10 γεωμετρικά σχήματα από χαρτί. Μερικά είναι τετράγωνα και τα υπόλοιπα είναι τρίγωνα. Έκοψε τρία από τα τετράγωνα στη μέση κατά μήκος μιας διαγωνίου ώστε να γίνουν τρίγωνα. Τα 13 σχήματά της έχουν τώρα 42 κορυφές. Πόσα τρίγωνα είχε στην αρχή, πριν κόψει τα τρία τετράγωνα;

- A) 8 B) 7 Γ) 6 Δ) 5 E) 4

10) Έστω x, y πραγματικοί αριθμοί με $17x + 51y = 102$. Ποια είναι η τιμή της παράστασης $9x + 27y$;

- A) 54 B) 36 Γ) 34 Δ) 18 E) δεν μπορούμε να ξέρουμε

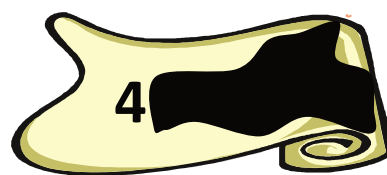
Ερωτήσεις 4 πόντων:

11) Γράφουμε τους αριθμούς από το 1 έως το 9 σε τυχαία διάταξη έτσι ώστε να σχηματιστεί ένας εννιαψήφιος φυσικός αριθμός.

Ποια είναι η πιθανότητα ο αριθμός αυτός να είναι πολλαπλάσιο του 18;

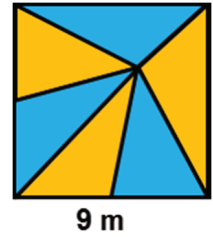
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{4}{9}$ Γ) $\frac{5}{9}$ Δ) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

12) Σε ένα μακρόστενο χαρτί είναι γραμμένος ένας φυσικός αριθμός N με 10 ψηφία, όπως στην εικόνα. Δυστυχώς έπεσε μελάνι και σκεπάστηκε όλος ο αριθμός εκτός από το πρώτο του ψηφίο, το οποίο είναι 4. Πόσα ψηφία έχει ο N^2 ;



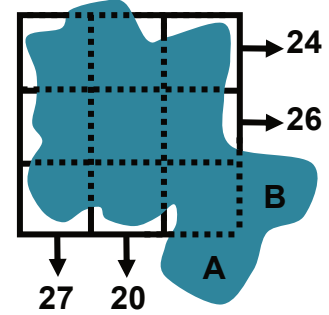
- A) 16 B) 19 Γ) 20 Δ) 21 E) δεν μπορούμε να ξέρουμε με βεβαιότητα

13) Ένα τετράγωνο με πλευρά 9 m έχει χωριστεί σε έξι τρίγωνα τα οποία έχουν μία κοινή κορυφή, όπως στο σχήμα. Αν τα τρίγωνα έχουν ίσα εμβαδά, πόσο απέχει η κοινή κορυφή τους από την βάση του τετραγώνου;



- A) 3 m B) 5 m Γ) 5,5 m Δ) 6 m E) 7,5 m

14) Σε κάθε κουτάκι ενός 3 x 3 τετραγώνου είναι γραμμένος ένας αριθμός. Δυστυχώς έπεσε μελάνι που σκέπασε τους αριθμούς. Το άθροισμα των τριών αριθμών σε κάθε μία από τις δύο πρώτες στήλες και σε κάθε μία από τις δύο πρώτες γραμμές του τετραγώνου είναι γνωστό. Η εικόνα δείχνει τα αθροίσματα. Το άθροισμα των τριών αριθμών στην τρίτη στήλη είναι A και το άθροισμα των αριθμών στην τρίτη γραμμή είναι B. Ποια είναι η τιμή του A-B;

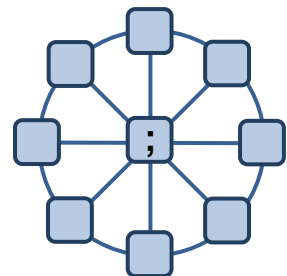


- A) 3 B) 6 Γ) 13 Δ) 21
E) δεν μπορούμε να ξέρουμε με βεβαιότητα

15) Ένα ισοσκελές τρίγωνο έχει κάποια πλευρά του ίση με 20 m. Από τις υπόλοιπες δύο πλευρές, η μία είναι τα $\frac{2}{5}$ (δύο πέμπτα) της άλλης. Πόση είναι η περίμετρος του τριγώνου;

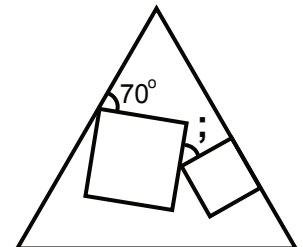
- A) 36 m B) 48 m Γ) 60 m Δ) 90 m E) 120 m

16) Σε κάθε ένα από τα 9 τετράγωνα του σχήματος υπάρχει ένας φυσικός αριθμός. Το άθροισμα των τριών αριθμών σε κάθε διάμετρο ισούται με 13 και το άθροισμα των οκτώ αριθμών στην περίμετρο ισούται με 40. Ποιος είναι ο αριθμός στο κεντρικό τετράγωνο;



- A) 3 B) 5 Γ) 8 Δ) 10 E) 12

17) Μέσα σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο υπάρχουν δύο τετράγωνα όπως στο σχήμα. Μία κορυφή του ενός και μία πλευρά του άλλου βρίσκονται στις πλευρές του τριγώνου. Η σημειωμένη γωνία είναι 70°. Πόσες μοίρες είναι η γωνία σημειωμένη με ερωτηματικό;



- A) 25° B) 30° Γ) 35° Δ) 45° E) 50°

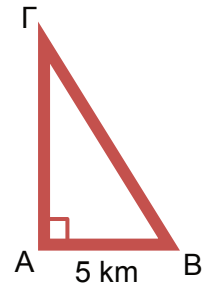
18) Πέντε διαφορετικοί μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί έχουν άθροισμα 100. Ο δεύτερος πιο μεγάλος από αυτούς τους αριθμούς είναι ο 46. Ποιος είναι ο τέταρτος πιο μεγάλος από αυτούς τους αριθμούς;

- A) 2 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 E) Κανένα από τα προηγούμενα

19) Έστω a, b, c, d τέσσερις ακέραιοι που ικανοποιούν $ab = 2cd$. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς **αποκλείεται** να ισούται με το γινόμενο $abcd$;

- A) 50 B) 100 Γ) 200 Δ) 450 E) 800

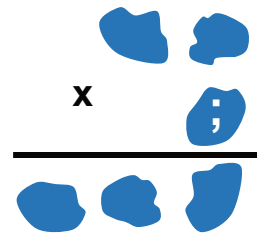
20) Ο διπλανός χάρτης δείχνει τρία χωριά που **σχηματίζουν ορθογώνιο τρίγωνο**. Για να πάμε από το A στο B υπάρχουν δύο διαδρομές. Η μία είναι 5 km χωματόδρομου πηγαίνοντας σε ευθεία από το A στο B. Η δεύτερη είναι ασφαλτόδρομος 25 km που πάει μέσω του Γ. Πόσο απέχει το Γ από το B;



- A) 11 km B) 12 km Γ) 13 km Δ) 14 km E) 15 km

Ερωτήσεις 5 πόντων:

21) Η Δασκάλα πολλαπλασίασε έναν διψήφιο αριθμό επί έναν μονοψήφιο. Το αποτέλεσμα ήταν ένας τριψήφιος. Παρατήρησε ότι τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5 και 6 είχαν χρησιμοποιηθεί όλα, από μία φορά το καθένα, αλλά δυστυχώς καλύφθηκαν από μελάνι. Ποιος είναι ο μονοψήφιος αριθμός κάτω από την μουτζούρα με το ερωτηματικό;



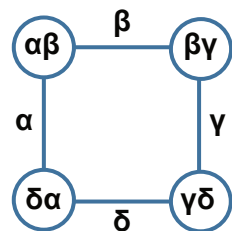
- A) 2 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 E) 6

22) Σε κάθε ένα από τα μικρά τετράγωνα ενός 4×4 τετραγώνου υπάρχει ένας αριθμός, αλλά μερικοί από αυτούς είναι αόρατοι, όπως στο σχήμα. Το άθροισμα των τεσσάρων αριθμών σε κάθε γραμμή και σε κάθε στήλη είναι το ίδιο. Ποιος αριθμός υπάρχει στο σκιασμένο τετράγωνο;

1		6	3
	2		8
	7		4
		7	

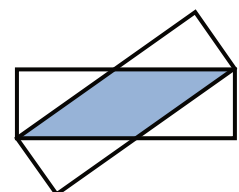
- A) 5 B) 6 Γ) 7 Δ) 8 E) 9

23) Η Υπατία έγραψε από έναν θετικό φυσικό αριθμό στις πλευρές ενός τετραγώνου. Επίσης, στην κάθε κορυφή του τετραγώνου έγραψε το γινόμενο των δύο αριθμών που υπάρχουν στις πλευρές που περιέχουν την κορυφή. Το άθροισμα των αριθμών στις κορυφές είναι 15. Πόσο είναι το άθροισμα των αριθμών στις πλευρές του τετραγώνου;



- A) 8 B) 9 Γ) 10 Δ) 11 E) 12

24) Δύο ίδια ορθογώνια παραλληλόγραμμα με διαστάσεις 3 cm x 9 cm είναι το ένα πάνω στο άλλο, όπως στο σχήμα. Πόσο είναι το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής;



- A) 12 cm² B) 13,5 cm² Γ) 14 cm² Δ) 15 cm² E) 16 cm²

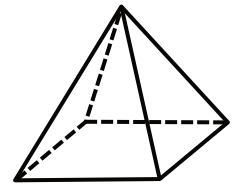
25) Μία βιβλιοθήκη με 5 ράφια περιέχει συνολικά 51 βιβλία. Ποιο από τα παρακάτω είναι **σίγουρα** σωστό;

- A) Κάθε ράφι περιέχει τουλάχιστον 10 βιβλία
 B) Τουλάχιστον ένα ράφι περιέχει λιγότερα από 11 βιβλία
 Γ) Τουλάχιστον ένα ράφι περιέχει ακριβώς 11 βιβλία
 Δ) Τουλάχιστον ένα ράφι περιέχει περισσότερα από 11 βιβλία
 Ε) Δεν υπάρχει ράφι με περισσότερα από 11 βιβλία

26) Ένας μεγάλος $4 \times 4 \times 4$ κύβος κτίστηκε από 64 ίδιους μικρούς κύβους. Βάψουμε οποιεσδήποτε τρεις από τις έδρες του μεγάλου κύβου. Για κάθε τέτοιο τρόπο βαφής μετράμε πόσοι μικροί κύβοι έχουν ακριβώς μία έδρα τους βαμμένη. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός τέτοιων κύβων που μπορεί να προκύψει;

- A) 27 B) 28 Γ) 32 Δ) 34 Ε) 40

27) Στις κορυφές μίας πυραμίδας με τετράγωνη βάση είναι γραμμένοι οι αριθμοί 1, 2, 3, 4 και 5, από μία φορά ο κάθε ένας. Για κάθε μία από τις πέντε έδρες υπολογίζουμε το άθροισμα των αριθμών στις κορυφές της. Τέσσερα από τα αθροίσματα αυτά είναι 7, 8, 9 και 10. Πόσο είναι το άθροισμα των αριθμών στην πέμπτη έδρα της πυραμίδας;



- A) 11 B) 12 Γ) 13 Δ) 14 Ε) 15

28) Ο Αχιλλέας και ο Φειδιππίδης έτρεξαν έναν αγώνα δρόμου. Ξεκίνησαν συγχρόνως και έτρεξαν με σταθερές ταχύτητες. Όταν ο Αχιλλέας ήταν 15 m πριν από το τέλος της διαδρομής, ο Φειδιππίδης ήταν 35 m πριν από το τέλος. Όταν ο Αχιλλέας τερμάτισε, ο Φειδιππίδης ήταν 22 m πιο πίσω. Πόσα μέτρα ήταν η διαδρομή που έτρεξαν;

- A) 135 m B) 140 m Γ) 150 m Δ) 160 m Ε) 165 m

29) Η Αταλάντη, η Δάφνη και η Περσεφόνη οργάνωσαν αγώνες τοξοβολίας μεταξύ τους. Σε κάθε γύρο αγωνίζονταν οι δύο από τις τρεις ενώ η τρίτη ξεκουραζόταν. Μετά από κάθε γύρο η νικήτρια αγωνιζόταν τον επόμενο γύρο με αυτήν που ξεκουραζόταν κατά την διάρκεια του γύρου. Τελικά η Αταλάντη συμμετείχε σε 10 γύρους, η Δάφνη σε 15 και η Περσεφόνη σε 17. Ποια έχασε τον δεύτερο γύρο;

- A) σίγουρα η Αταλάντη B) σίγουρα η Δάφνη Γ) σίγουρα η Περσεφόνη
 Δ) οποιαδήποτε από τις Δάφνη ή Περσεφόνη Ε) δεν μπορούμε να ξέρουμε

30) Οκτώ διαδοχικοί τριψήφιοι φυσικοί αριθμοί έχουν την εξής ιδιότητα: Ο κάθε ένας από τους οκτώ είναι πολλαπλάσιο του τελευταίου ψηφίου του. Πόσο είναι το άθροισμα των ψηφίων του μικρότερου από τους οκτώ;

- A) 10 B) 11 Γ) 12 Δ) 13 Ε) 14